**1.** $F'_A(x) = \left(\frac{1}{2}\cdot\sin^2(x)\right)' = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sin(x)\cdot\cos(x) = \sin(x)\cdot\cos(x) = f(x)$

Donc Alice a raison.

$F'_B(x) = \left(-\frac{1}{2}\cdot\cos^2(x)\right)' = -\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\cos(x)\cdot(-\sin(x)) = \cos(x)\cdot\sin(x) = f(x)$

Donc Bob a raison.

On a :

$F_A(x) - F_B(x) = \frac{1}{2}\cdot\sin^2(x) - \left(-\frac{1}{2}\cdot\cos^2(x)\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(\sin^2(x)+\cos^2(x)\right) = \frac{1}{2}$ = constante

Dominique n'a pas remarqué que la différence des deux réponses est constante.
Dominique a tort.

---

**2.** $F'_Z(x) = \left(\frac{1}{2}\cdot\left(e^x+e^{-x}\right)^2\right)' = \left(e^x+e^{-x}\right)\cdot\left(e^x-e^{-x}\right)$

Donc Zoé a raison.

$F'_Y(x) = \left(\frac{1}{2}\cdot\left(e^x-e^{-x}\right)^2\right)' = \left(e^x-e^{-x}\right)\cdot\left(e^x+e^{-x}\right)$

Donc Yolande a raison.

On a :

$F_Z(x) - F_Y(x) = \frac{1}{2}\cdot\left(e^x+e^{-x}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot\left(e^x-e^{-x}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(e^{2x}+2+e^{-2x}\right) - \frac{1}{2}\cdot\left(e^{2x}-2+e^{-2x}\right) = 2$

= constante

Xavier n'a pas remarqué que la différence des deux réponses est constante.
Xavier a tort.

---

**3.** $F_E'(x) = \frac{1}{3}\cdot 3\cdot(x+7)^2 = (x+7)^2 = f(x)$

$F_F'(x) = 3\cdot\frac{1}{3}\cdot x^2+2\cdot 7\cdot x+49 = = (x+7)^2 = f(x)$

Ella et France ont raison.

On a :

$F_E(x) - F_F(x) = \frac{1}{3}\cdot(x+7)^3 - \frac{1}{3}x^3 - 7x^2 - 49x$

$F_E(x) - F_F(x) = \frac{1}{3}x^3+7\cdot x^2+49\cdot x+\frac{1}{3}\cdot 7^3 - \frac{1}{3}x^3 - 7\cdot x^2 - 49\cdot x$

$F_E(x) - F_F(x) = = \frac{1}{3}\cdot 7^3$ = une constante.

Guy, qui n'a pas remarqué que la différence des deux réponses est constante, a tort.

---

**4.** $F'_U(x) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5x} \cdot 5 = \frac{1}{5x} = f(x)$

$F'_V(x) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{x} = f(x)$

Ulysse et Valérie ont raison.

On a :

$F_U(x) - F_V(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln(|5x|) - \frac{1}{5} \cdot \ln(|x|) = \frac{1}{5} \cdot (\ln(|5|) + \ln(|x|)) - \frac{1}{5} \cdot \ln(|x|) = \frac{1}{5} \cdot \ln(|5|)$

qui est une constante.

Walter, qui n'a pas remarqué que la différence des deux réponses est constante, a tort.

---

**5.** $F'_H(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} \cdot a = \frac{1}{ax+b} = f(x)$

$F'_I(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{x+\frac{b}{a}} = \frac{1}{ax+b} = f(x)$

Henry et Isabelle ont raison.

On a :

$F_H(x) - F_I(x) = \frac{1}{a} \cdot \ln(|ax+b|) - \frac{1}{a} \cdot \ln\left(\left|x+\frac{b}{a}\right|\right)$

$F_H(x) - F_I(x) = \frac{1}{a} \cdot \left(\ln\left(\left|a \cdot \left(x+\frac{b}{a}\right)\right|\right) - \ln\left(\left|x+\frac{b}{a}\right|\right)\right)$

$F_H(x) - F_I(x) = \frac{1}{a} \cdot \left(\ln(|a|) + \ln\left(\left|x+\frac{b}{a}\right|\right) - \ln\left(\left|x+\frac{b}{a}\right|\right)\right) = \frac{1}{a} \cdot \ln(|a|)$ = une constante.

Jules, qui n'a pas remarqué que la différence des deux réponses est constante, a tort.

---

**6.** $F'_K(x) = (x+a)^n = f(x)$

$F'_L(x) = \sum_{k=0}^{n} C_k^n \cdot a^{n-k} \cdot x^k = (x+a)^n = f(x)$

Karine et Laure ont raison.

On a :

$F_K(x) = \frac{1}{n+1} \cdot (x+a)^{n+1} = \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{k=0}^{n+1} C_k^{n+1} \cdot a^{n+1-k} \cdot x^k$

$F_K(x) = a^{n+1} + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{n+1} \cdot C_k^{n+1} \cdot a^{n-(k-1)} \cdot x^k = a^{n+1} + \sum_{j=0}^{n} \frac{1}{j+1} \cdot C_j^n \cdot a^{n-j} \cdot x^{j+1} \qquad (j = k-1)$

$F_K(x) = a^{n+1} + F_L(x)$

Max, qui n'a pas remarqué que les deux réponses diffèrent d'une constante, a tort.

---

**7. Bonus :**

Est-il exact que : $\int_1^3 \frac{1}{(x-2)^2}\,dx = -2$ ?

On pourrait penser que : $\int_1^3 \frac{1}{(x-2)^2}\,dx = \left.\left(\frac{-1}{x-2}\right)\right]_1^3 = \frac{-1}{3-2} - \frac{-1}{1-2} = \underline{\underline{-2}}$ , mais cela est clairement faux car la fonction intégrée qui est positive ne peut donner une intégrale négative.
L'erreur provient du fait que la fonction n'est pas définie en $x = 2$.
Donc $\frac{-1}{x-2}$ n'est pas une primitive de $\frac{1}{(x-2)^2}$ sur tout l'intervalle [1 ; 3].